EXERCICE 1

1. Tableau de variations :

x	-1		2		4		5
Variations de f	5	↘	-1	↗	0	↘	-4

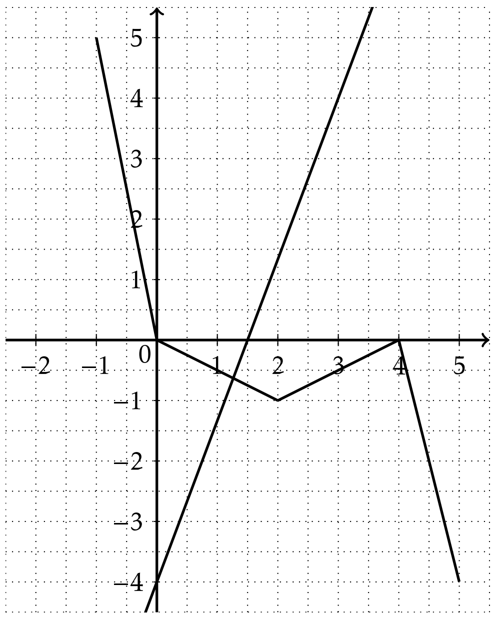
2. Graphiquement, les solutions de l'inéquation $f(x) < 0$ sont les abscisses des points de la courbe $(\mathscr{C}_f)$ situés strictement en dessous de l'axe des abscisses. $S =]0;4[\cup]4;5]$.

3. $f(2) = -1$.

4. Les antécédents de $-0{,}5$ par f sont 1 et 3.

5. g est une fonction affine donc $(\mathscr{C}_g)$ est une droite. Pour la tracer, on utilise le tableau de valeurs suivant :

x	0	3
$g(x)$	-4	4



6. Graphiquement les coordonnées du point d'intersection de la représentation graphique de f et de g sont approximativement (1,3 ; −0,6).

7. On cherche deux réels a et b tels que pour tout $x \in [2;4]$, $f(x) = ax + b$.

$$a = \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{0 - (-1)}{4 - 2} = \frac{1}{2}$$

$$f(4) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \times 4 + b = 0 \Leftrightarrow b = -2$$

Donc, pour tout $x \in [2;4], f(x) = \frac{1}{2}x - 2$

EXERCICE 2

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}(x+3)(x+4) &= x^2+3\times x+4\times x+3\times 4\\ &= x^2+7x+12\\ &= f(x)\end{aligned}$$

2. $f(-3)=(-3+3)(-3+4)=0$

   $f(0)=0^2+7\times 0+12=12$

   $f\left(\sqrt{7}\right)=\left(\sqrt{7}\right)^2+7\sqrt{7}+12=7\sqrt{7}+19$

3. Dans $\mathbb{R}$: $f(x)=0$ (*)

   (*) $\Leftrightarrow (x+3)(x+4)=0$ Or $A\times B=0 \Leftrightarrow A=0$ ou $B=0$

   (*) $\Leftrightarrow x+3=0$ ou $x+4=0$

   (*) $\Leftrightarrow x=-3$ ou $x=-4$

   $S=\{-4\ ;\ -3\}$

   Dans $\mathbb{R}$: $f(x)=12$ (*)

   (*) $\Leftrightarrow x^2+7x+12=12$

   (*) $\Leftrightarrow x^2+7x=0$

   (*) $\Leftrightarrow x(x+7)=0$

   (*) $\Leftrightarrow x=0$ ou $x=-7$

   $S=\{-7\ ;\ 0\}$

4. $f(x)=0 \Leftrightarrow x=-3$ ou $x=-4$

   Donc les points d'intersection de $(\mathscr{C}_f)$ avec l'axe des abscisses ont pour coordonnées $(-4\ ;\ 0)$ et $(-3\ ;\ 0)$.

5. $f(0)=12$

   Donc le point d'intersection de $(\mathscr{C}_f)$ avec l'axe des ordonnées a pour coordonnées $(0\ ;\ 12)$.

6. $f(x)=12 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=-7$

   Donc les antécédents de 12 par f sont -7 et 0.

7. $f\left(\sqrt{7}\right)=7\sqrt{7}+19$

   Donc le point d'intersection de $(\mathscr{C}_f)$ avec la droite d'équation $x=\sqrt{7}$ a pour coordonnées $\left(\sqrt{7}\ ;\ 7\sqrt{7}+19\right)$

8. On résout l'inéquation $f(x)<0$ à l'aide d'un tableau de signes :

x	$-\infty$		-4		-3		$+\infty$
Signe de $x+3$		$-$ (signe de $-a$)		$-$ (signe de $-a$)	0	+ (signe de $a=1$)	
Signe de $x+4$		$-$ (signe de $-a$)	0	+ (signe de a)		+ (signe de $a=1$)	
Signe de $(x+3)(x+4)$		+	0	$-$	0	+	

$S=]-4\ ;\ -3[$

EXERCICE 3

1. (a) Dans $\mathbb{R}$: $3x^2 - 8x = 0$ (*)
$(*) \Leftrightarrow x(3x-8) = 0$
$(*) \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \dfrac{8}{3}$
$S = \left\{0; \dfrac{8}{3}\right\}$

(b) Dans $\mathbb{R}$: $(2-3x)(3-x) - (4x+1)(2-3x) = 0$ (*)
$(*) \Leftrightarrow (2-3x)[(3-x)-(4x+1)] = 0$
$(*) \Leftrightarrow (2-3x)(-5x+2) = 0$
$(*) \Leftrightarrow x = \dfrac{2}{3}$ ou $x = \dfrac{2}{5}$
$S = \left\{\dfrac{2}{5}; \dfrac{2}{3}\right\}$

(c) Dans $\mathbb{R}$: $(x-1)^2 - 49 = 0$ (*)
$(*) \Leftrightarrow (x-1)^2 - 7^2 = 0$
$(*) \Leftrightarrow (x-1-7)(x-1+7) = 0$
$(*) \Leftrightarrow (x-8)(x+6) = 0$
$(*) \Leftrightarrow x = 8$ ou $x = -6$.
$S = \{-6; 8\}$

(d) Dans $\mathbb{R}$: $(2x-3)^2 = (1-5x)^2$ (*)
$(*) \Leftrightarrow (2x-3)^2 - (1-5x)^2 = 0$
$(*) \Leftrightarrow (2x-3-1+5x)(2x-3+1-5x) = 0$
$(*) \Leftrightarrow (7x-4)(-3x-2) = 0$
$(*) \Leftrightarrow x = \dfrac{4}{7}$ ou $x = -\dfrac{2}{3}$
$S = \left\{-\dfrac{2}{3}; \dfrac{4}{7}\right\}$

(e) Dans $\mathbb{R}$: $(1-2x)^2 = 5$ (*)
$(*) \Leftrightarrow (1-2x)^2 - (\sqrt{5})^2 = 0$
$(*) \Leftrightarrow (1-2x-\sqrt{5})(1-2x+\sqrt{5}) = 0$
$(*) \Leftrightarrow x = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ ou $x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$
$S = \left\{\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}; \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$

(f) $4 - 5x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{4}{5}$. La valeur interdite est $\dfrac{4}{5}$.
Dans $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{4}{5}\right\}$: $\dfrac{1+3x}{4-5x} = -4$ (*)
$(*) \Leftrightarrow \dfrac{1+3x}{4-5x} + 4 = 0$
$(*) \Leftrightarrow \dfrac{1+3x+16-20x}{4-5x} = 0$
$(*) \Leftrightarrow \dfrac{17-17x}{4-5x} = 0$
$(*) \Leftrightarrow 17 - 17x = 0$
$(*) \Leftrightarrow x = 1$
$S = \{1\}$

2. (a) Dans $\mathbb{R}$: $1 - 5x < 2x + 4$ (*)
$(*) \Leftrightarrow -7x < 3$
$(*) \Leftrightarrow x > -\dfrac{3}{7}$
$S = \left]-\dfrac{3}{7} + \infty\right[$

(b) Dans $\mathbb{R}$: $6x-1=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{6}$ et $1-7x=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{7}$

On utilise un tableau de signes :

x	$-\infty$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{6}$		$+\infty$
Signe de $6x-1$		$-$ (signe de $-a$)		$-$ (signe de $-a$)	0	$+$ (signe de $a=6$)	
Signe de $1-7x$		$+$ (signe de $-a$)	0	$-$ (signe de a)		$-$ (signe de $a=-7$)	
Signe de $(6x-1)(1-7x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$S=\left]-\infty;\frac{1}{7}\right[\cup\left]\frac{1}{6};+\infty\right[$

(c) Dans $\mathbb{R}$: $1-3x=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{3}$ et $1-2x=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$

On utilise un tableau de signes :

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
Signe de $1-3x$		$+$ (signe de $-a$)	0	$-$ (signe de a)	0	$-$ (signe de $a=-3$)	
Signe de $1-2xx$		$+$ (signe de $-a$)		$+$ (signe de $-a$)	0	$-$ (signe de $a=-2$)	
Signe de $(1-3x)(1-2x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S=\left[\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right]$

(d) $3x-5=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{5}{3}$ donc $\dfrac{5}{3}$ est valeur interdite.

Dans $\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{5}{3}\right\}$: $5x-1=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{5}$ et

On utilise un tableau de signes :

x	$-\infty$		$\frac{1}{5}$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
Signe de $5x-1$		$-$ (signe de $-a$)	0	$+$ (signe de a)		$+$ (signe de $a=5$)	
Signe de $3x-5$		$-$ (signe de $-a$)		$-$ (signe de $-a$)	0	$+$ (signe de $a=3$)	
Signe de $\frac{5x-1}{3x-5}$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

$S=\left]-\infty;\frac{1}{5}\right[\cup\left]\frac{5}{3};+\infty\right[$

(e) $5-4x=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{5}{4}$ donc $\dfrac{5}{4}$ est valeur interdite.

Dans $\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{5}{4}\right\}$: $\dfrac{2}{5-4x}-3<0 \Leftrightarrow \dfrac{2-3(5-4x)}{5-4x}<0 \Leftrightarrow \dfrac{12x-13}{5-4x}<0.$

Dans $\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{5}{4}\right\}$: $12x-13=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{13}{12}.$

On utilise un tableau de signes :

x	$-\infty$		$\frac{13}{12}$		$\frac{5}{4}$		$+\infty$
Signe de $12x-13$		$-$ (signe de $-a$)	0	$+$ (signe de a)		$+$ (signe de $a=12$)	
Signe de $5-4x$		$+$ (signe de $-a$)		$+$ (signe de $-a$)	0	$-$ (signe de $a=-4$)	
Signe de $\dfrac{12x-13}{5-4x}$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	

$S=\left[\frac{13}{12};\frac{5}{4}\right[$.

EXERCICE 4

On pose x le nombres de poules et y le nombres de lapins. On résout le système suivant :

$$\begin{cases} x+y=49 \\ 2x+4y=132 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=49 \\ -x-2y=-66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=49 \\ -y=-17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=32 \\ y=17 \end{cases}$$

Il y a 32 poules et 17 lapins dans cette ferme.

EXERCICE 5

1. Une équation cartésienne de d de vecteur directeur $\vec{u}(7;-2)$ est de la forme $ax+by+c=0$ avec $a=-2$ et $b=-7$. On a donc $-2x-7y+c=0$.

   Or $A\left(\frac{5}{3};\frac{2}{3}\right)\in d$ donc ses coordonnées vérifient l'équation : $-2\times\frac{5}{3}-7\times\frac{2}{3}+c=0 \Longrightarrow c=8$.

   Donc une équation cartésienne de d est : $-2x-7y+8=0$.

2. (a) d_1 : $3x+2y+5=0$

   L' équation de d_1 est une équation cartésienne avec $a=3$ et $b=2$ donc un vecteur directeur est $\vec{u_1}(-2;3)$. Un autre vecteur directeur est $\vec{v_1}=-\frac{1}{2}\vec{u_1}$ avec $\vec{v_1}\left(1;-\frac{3}{2}\right)$. Donc la pente de d_1 est $m=-\frac{3}{2}$.

   (b) d_2 : $y=5x-1$

   L' équation de d_2 est une équation réduite avec $m=5$ et d'ordonnée à l'origine $p=-1$. Donc la pente de d_2 est 5 et un vecteur directeur est $\vec{u_2}(1;5)$.

3. Un vecteur directeur de la droite Δ_1 est $\vec{u}(4;1)$. Comme les droites Δ et Δ_1 sont parallèles, $\vec{u}$ est un vecteur directeur de Δ . Donc une équation cartésienne de Δ est : $x-4y+c=0$.

   Or $T(1;-4)\in\Delta$ donc $1-4\times(-4)+c=0 \Longrightarrow c=-17$.

   Donc une équation cartésienne de Δ est : $x-4y-17=0$.

4. (a) Les points $A(-1;3)$ et $B(3;4)$ appartiennent à la droite d_3 donc $\overrightarrow{AB}(4;1)$ est un vecteur directeur de d_3. Un autre vecteur directeur est $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ de coordonnées $\left(1;\frac{1}{4}\right)$. Donc la pente de la droite est $m=\frac{1}{4}$.

   (b) Les points $H(-1;6)$ et $G(1;1)$ appartiennent à la droite d_4 donc $\overrightarrow{HG}(2;-5)$ est un vecteur directeur de d_4. Un autre vecteur directeur est $\frac{1}{2}\overrightarrow{HG}$ de coordonnées $\left(1;-\frac{5}{2}\right)$.

   Donc la pente de la droite est $m=-\frac{5}{2}$.

5. On considère les points $C(-3;-4)$, $D(5;6)$, $E(1;1)$ et $F(-2;-3)$.

   (a) Un vecteur directeur de la droite (CD) est le vecteur $\overrightarrow{CD}(8;10)$ donc une équation cartésienne est $10x-8y+c=0$. Le point $C(-3;-4)$ appartient à la droite donc $10\times(-3)-8\times(-4)+c=0 \Longrightarrow c=-2$. Donc une équation cartésienne de (CD) est $10x-8y-2=0$.

(b) Les coordonnées du point E sont telles que $10\times 1-8\times 1-2=0$ donc $E\in(CD)$.
Les coordonnées du point F sont telles que $10\times(-2)-8\times(-3)-2=2\neq 0$ donc $F\notin(CD)$.

(c)
```
def test(x,y):
    if 10*x-8*y-2==0 :
        print ( " le point est sur (CD) ")
    else :
        print( " le point n'est pas sur (CD)" )
```

(d) On obtient : $P\notin(CD)$, $Q\in(CD)$ et $R\notin(CD)$.

6. Un vecteur directeur de d_5 est $\vec{u_5}\,(5;2)$ et un vecteur directeur de d_6 est $\vec{u_6}\,(-3;-1)$.

   Le déterminant de $\vec{u_5}$ et de $\vec{u_6}$ est $5\times(-1)-2\times(-3)=1\neq 0$ donc les vecteurs $\vec{u_5}$ et $\vec{u_6}$ ne sont pas colinéaires. On conclut que les droites d_5 et d_6 sont sécantes.

EXERCICE 6

1. Les coordonnées du milieu de $[AC]$ sont $\left(\dfrac{x_A+x_C}{2};\dfrac{y_A+y_C}{2}\right)=(2;0)$

   Les coordonnées du milieu de $[BD]$ sont $\left(\dfrac{x_B+x_D}{2};\dfrac{y_B+y_D}{2}\right)=(2;0)$.

   Donc les segments $[AC]$ et $[BD]$ ont même milieu.

2. Comme les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ du quadrilatère $ABCD$ ont même milieu alors $ABCD$ est un parallélogramme.

3. $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{36+4}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

   $AD=\sqrt{(x_D-x_A)^2+(y_D-y_A)^2}=\sqrt{4+36}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$.

   On a $AB=AD$ donc le triangle ABD est isocèle en A.

   D'une part, $AB^2+AD^2=80$ et d'autre part, $BD^2=80$ donc $BD^2=AB^2+AD^2$ donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABD est rectangle en A.

4. $ABCD$ est un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur donc $ABCD$ est un losange.

   $ABCD$ est un parallélogramme ayant un angle droit donc $ABCD$ est un rectangle.

   $ABCD$ est un rectangle et un losange donc $ABCD$ est un carré.

5. K est symétrique du point C par rapport au point A (*)

   (*) $\Leftrightarrow$ A est le milieu du segment $[CK]$

   $$(*)\Leftrightarrow\begin{cases}x_A=\dfrac{x_C+x_K}{2}\\ y_A=\dfrac{y_C+y_K}{2}\end{cases}$$

   $$(*)\Leftrightarrow\begin{cases}x_K=2x_A-x_C\\ y_K=2y_A-y_C\end{cases}$$

   $$(*)\Leftrightarrow\begin{cases}x_K=-10\\ y_K=6\end{cases}$$

   Donc K a pour coordonnées $(-10;6)$.

6. $JA=\sqrt{(-2-2)^2+(2-0)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

   $JB=\sqrt{(4-2)^2+(4-0)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

   $JD=\sqrt{(0-2)^2+(-4-0)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

   On a $JA=JB=JD=2\sqrt{5}$ donc les points A, B et D appartiennent tous au cercle $\mathscr{C}$ de centre J et de rayon $2\sqrt{5}$ qui est donc le cercle circonscrit au triangle ABD.

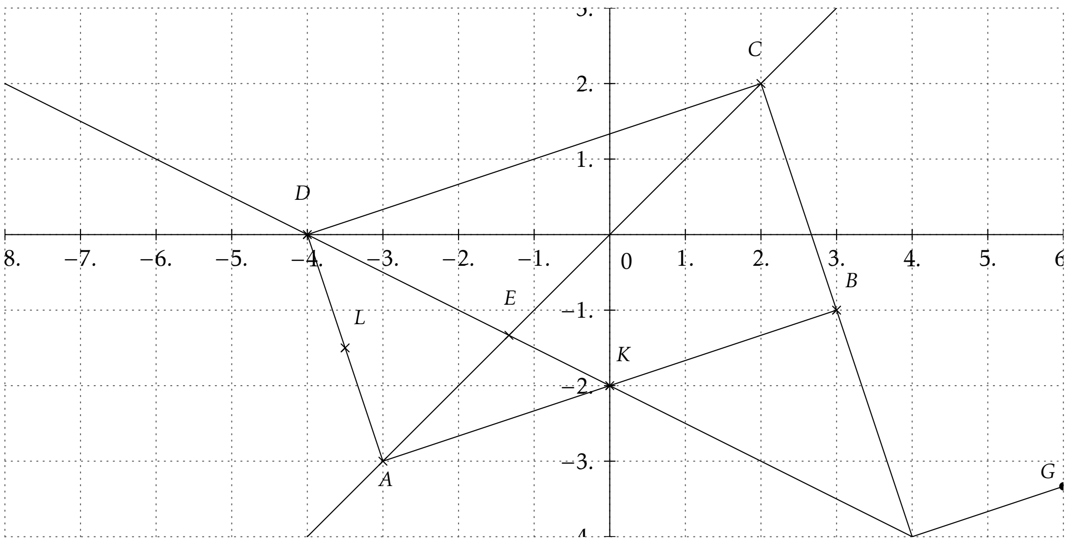
7. $JL = \sqrt{(1-2)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{26}$ donc $JL \neq 2\sqrt{5}$ donc le point L n'appartient pas au cercle $\mathscr{C}$.

8. $M(x;y) \in \mathscr{C}$ (*)
   (*) $\Leftrightarrow JM = 2\sqrt{5}$
   (*) $\Leftrightarrow JM^2 = (2\sqrt{5})^2$ car $JM > 0$ et $2\sqrt{5} > 0$
   (*) $\Leftrightarrow JM^2 = 20$
   (*) $\Leftrightarrow (x-2)^2 + y^2 = 20$
   Donc pour tout point M de coordonnées $(x;y)$ appartenant au cercle $\mathscr{C}$, on a : $(x-2)^2 + y^2 = 20$

9. On résout le système :
   $$\begin{cases} (x-2)^2 + y^2 = 20 \\ x = 0 \end{cases} \quad (*)$$
   $$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + y^2 = 20 \\ x = 0 \end{cases}$$
   $$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 16 \\ x = 0 \end{cases}$$
   $$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 0 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} y = -4 \\ x = 0 \end{cases}$$
   Les coordonnées des deux points d'intersection du cercle $\mathscr{C}$ avec l'axe des ordonnées sont $(0;-4)$ et $(0;4)$.

EXERCICE 7

1. Figure :



2. (a) $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - x_A \end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$
   (b) $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$.
   (c) $x_K = \dfrac{x_A + x_B}{2} = 0$ et $y_K = \dfrac{y_A + y_B}{2} = -2$ donc K a pour coordonnées $(0;-2)$.

3. (a) $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$.
   $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ ont les mêmes coordonnées donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

(b) $AB^2 = 40$, $AD^2 = 10$ et $BD^2 = 50$. On a $BD^2 = AB^2 + AD^2$ donc le triangle ABD est rectangle en A.

(c) Comme $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ alors le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.
Comme le triangle ABD est rectangle en A alors $ABCD$ est un parallélogramme ayant un angle droit donc $ABCD$ est un rectangle.

4. (a) $x_A \neq x_C$ donc on peut calculer le coefficient directeur de la droite (AC) : $m = \dfrac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = 1$.
Donc (AC) a une équation de la forme $y = x + p$ avec $p \in \mathbb{R}$.
Or $A \in (AC)$ donc $y_A = x_A + p \Leftrightarrow -3 = -3 + p \Leftrightarrow p = 0$
Donc la droite (AC) a pour équation $y = x$.

(b) Pour vérifier que la droite (DK) admet pour équation $y = -\dfrac{1}{2}x - 2$, il suffit de vérifier que les coordonnées des points D et K sont solutions de l'équation $y = -\dfrac{1}{2}x - 2$
Or $-\dfrac{1}{2}x_D - 2 = 2 - 2 = y_D$ et $-\dfrac{1}{2}x_K - 2 = 0 - 2 = y_K$.
Donc la droite (DK) admet pour équation $y = -\dfrac{1}{2}x - 2$.

(c) Comme les droites (DK) et (AC) n'ont pas le même coefficient directeur $\left(1 \neq \dfrac{1}{2}\right)$ alors elles sont sécantes en un point E.
Pour trouver les coordonnées de E, on résout le système :

$$\begin{cases} y = x \\ y = \dfrac{1}{2}x - 2 \end{cases} \quad (*)$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ x = -\dfrac{1}{2}x - 2 \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ \dfrac{3}{2}x = -2 \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{4}{3} \\ x = -\dfrac{4}{3} \end{cases}$$

Les coordonnées de E sont $\left(-\dfrac{4}{3};-\dfrac{4}{3}\right)$.

5. L a pour coordonnées $\left(-\dfrac{7}{2};-\dfrac{3}{2}\right)$.
$\overrightarrow{BE}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} -\dfrac{13}{3} \\ -\dfrac{1}{3} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BL}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} -\dfrac{13}{2} \\ -\dfrac{1}{2} \end{pmatrix}$.
On a $\overrightarrow{BL} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{BE}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{BL}$ et $\overrightarrow{BE}$ sont colinéaires donc les points L,E et B sont alignés.

EXERCICE 8

1. Dans chaque cas, comparer les nombres suivants sans utiliser la calculatrice :
(a) $-\dfrac{2}{3} < -\dfrac{1}{2}$ donc $\left(-\dfrac{2}{3}\right)^3 < \left(-\dfrac{1}{2}\right)^3$ car la fonction cube est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
(b) $0 < 4 < 4{,}35$ donc $\dfrac{1}{4} > \dfrac{1}{4{,}35}$ car la fonction inverse est strictement décroissante sur $]0\ ;\ +\infty[$.
(c) $\pi > 3{,}14$ donc $\sqrt{\pi} > \sqrt{3{,}14}$ car la fonction racine carrée est strictement croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$.

(d) $0{,}01 > 0{,}001$ donc $-0{,}01 < -0{,}001$ et $-\dfrac{1}{0{,}01} > -\dfrac{1}{0{,}001}$ car la fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty\ ;\ 0[$.

(e) $6 < 9$ donc $\sqrt{6} < \sqrt{9} = 3$ car la fonction racine carrée est strictement croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$.

(f) $-4{,}6 < -3{,}2 < 0$ donc $(-4{,}6)^2 > (-3{,}2)^2$ car la fonction carrée est strictement décroissante sur $[-\infty\ ;\ 0]$.

2. Compléter à l'aide des intervalles.

   (a) Si $x \in]-\infty\ ;\ -2]$ alors $x^2 \in [4\ ;\ +\infty[$.
   (b) Si $x \in]-1\ ;\ 3[$ alors $x^3 \in]-1\ ;\ 27[$.
   (c) Si $x \in \left]-\infty\ ;\ -\frac{2}{3}\right]$ alors $\frac{1}{x} \in \left[-\frac{3}{2}\ ;\ 0\right[$.
   (d) Si $x \in \left[0\ ;\ \frac{4}{25}\right]$ alors $\sqrt{x} \in \left[0\ ;\ \frac{2}{5}\right]$.

3. En s'aidant de la représentation graphique des fonctions de référence, résoudre les inéquations suivantes :

   (a) $x^2 \leq 6$
   On trace la représentation graphique de la fonction carrée et on lit les abscisses des points de la courbe d'ordonnée inférieure ou égale à 6. $S = \left[-\sqrt{6}\ ;\ \sqrt{6}\right]$.

   (b) $-2 \leq \dfrac{1}{x} \leq -1$
   On trace la représentation graphique de la fonction inverse et on lit les abscisses des points de la courbe d'ordonnée supérieure ou égale à -2 et inférieure ou égale à -1. $S = \left[-1\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right]$.

   (c) $\sqrt{x} > 4$
   On trace la représentation graphique de la fonction racine carrée et on lit les abscisses des points de la courbe d'ordonnée strictement supérieure à 4. $S =]2\ ;\ +\infty[$.

   (d) $-1 < x^3 < 0{,}125$
   On trace la représentation graphique de la fonction cube et on lit les abscisses des points de la courbe d'ordonnée strictement supérieure à -1 et strictement inférieure à $0{,}125$. $S =]-1\ ;\ 0{,}5[$.

EXERCICE 9

1. (a) La vitesse moyenne est donnée par $v = \dfrac{d}{t}$, ici $d = 400$ donc la vitesse moyenne pour réaliser ce trajet est $v = \dfrac{400}{t}$.

   (b) On cherche un encadrement de $\dfrac{1}{t}$ pour $t \in [2{,}5\ ;\ 5]$:

$$\frac{1}{5} \leq \frac{1}{t} \leq \frac{1}{2{,}5}\ (*)$$

   Puis de $v = \dfrac{400}{t}$ en multipliant par 400 (qui est un nombre positif) l'inegalité (*), on obtient :

$$\frac{400}{5} \leq \frac{400}{t} \leq \frac{400}{2{,}5}$$

   On a donc $80 \leq v \leq \dfrac{400}{2{,}5}$ et finalement $80 \leq v \leq\ 160$.

2. (a) $v = \dfrac{400}{t} \Leftrightarrow t = \dfrac{400}{v}$

   (b) Pour $v \in [100\ ;\ 120]$: $\dfrac{400}{120} \leq \dfrac{400}{v} \leq \dfrac{400}{100}$.
   $\dfrac{400}{120} = 3 + \dfrac{1}{3}$, or $\dfrac{1}{3}h = 20\ min$ donc finalement $3 + \dfrac{1}{3} \leq t \leq 4$.
   Si Yanis emprunte le réseau autoroutier, son temps de trajet est compris entre $3h\ 20min$ et $4h$.

(c) Pour $v \in [60\ ;\ 80]$: $\dfrac{400}{80} \leq \dfrac{400}{v} \leq \dfrac{400}{60}$.

$\dfrac{400}{60} = 6 + \dfrac{2}{3}$, or $\dfrac{2}{3}h = 40\ min$ donc finalement $5 \leq t \leq 6 + \dfrac{2}{3}$.

S'il emprunte le réseau des routes nationales, son temps de trajet est compris entre $5h$ et $6h\ 40min$.

EXERCICE 10

1. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ avec $g = 9{,}81\ m/s^2$. Pour $l = 5$, $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{5}{9{,}81}} \simeq 4{,}5$.

   La période T d'un pendule de longueur 5 m est d'environ 4,5 s.

2. On cherche l tel que $T = 10$. $2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} = 10 \Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{l}{g}} = \dfrac{10}{2\pi} \Leftrightarrow \dfrac{l}{g} = \left(\dfrac{10}{2\pi}\right)^2$ avec $\dfrac{10}{2\pi} > 0 \Leftrightarrow l = \left(\dfrac{10}{2\pi}\right)^2 g$.

   La longueur d'un pendule dont la période vaut 10 s est d'environ 24,85 m.

   (a) Deux pendules A et B ont pour longueurs respectives 5 m et 10 m. On note T_A et T_B les périodes respectives. $T_A \simeq 4{,}5$ et $T_B \simeq 6{,}3$ donc $T_A < T_B$.

   (b) On note l_A la longueur d'un pendule A et l_B celle d'un pendule B .

   Si $l_A < l_B$ alors $\dfrac{l_A}{g} < \dfrac{l_B}{g}$. Donc $\sqrt{\dfrac{l_A}{g}} < \sqrt{\dfrac{l_B}{g}}$ car la fonction racine carrée est strictement croissante sur son domaine de définition.

   En multipliant l'inégalité par 2π on déduit que $T_A < T_B$. Le pendule B a la période la plus grande.

EXERCICE 11

1. On choisit N=3.

Étapes :	L
Initialisation	600
$i = 0$	612
$i = 1$	624,24
$i = 2$	636,7248

Valeur renvoyée : 636,7248

2. Au début de l'étude, le loyer mensuel est de 600 €.

   Chaque année, le loyer augmente de 2 %.

3.
```
def seuil():
    L=600
    N=0
    while L<=700:
        L=1.02*L
        N=N+1
    return(N)
```

EXERCICE 12

1. L'univers Ω est l'ensemble des 8000 alarmes contrôlées. On est dans une situation d'équiprobabilité.

   $P(B) = \dfrac{card(B)}{card(\Omega)} = \dfrac{2400}{8000} = 0{,}3$.

   $P(D) = \dfrac{78}{8000} = 0{,}00975$.

2. $P(B \cap D) = \dfrac{48}{8000} = 0{,}006$.

   $P(B \cup D) = P(B) + P(D) - P(B \cap D) = 0{,}3 + 0{,}00975 - 0{,}006 = 0{,}30375$.

3. $\overline{B \cap D}$: « l'alarme provient de l'usine de Grenoble OU est en bon état »

   $P(\overline{B \cap D}) = 1 - P(B \cap D) = 0{,}994$.

4. (a) $C = B \cap \overline{D}$.

   (b) $P(C) = \dfrac{2352}{8000} = 0{,}294$.